チャレンジしよう日食計算(1)

山本 威一郎

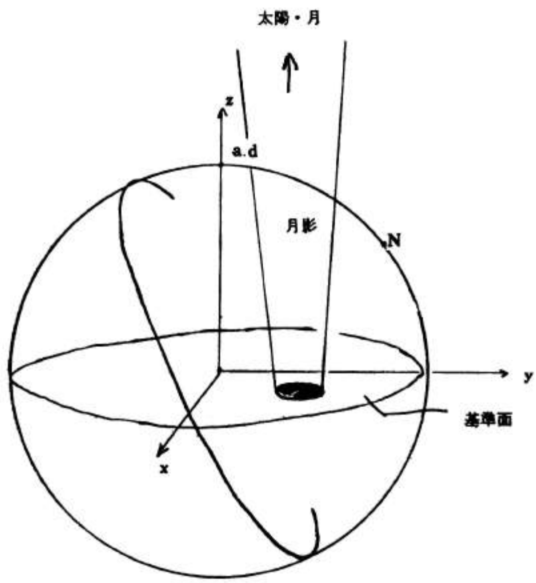
1. はじめに

今年の7月31日には日本でも50%以上の部分日食が観測されますが、その主要都市における予報は「日食情報1980年№3、№4」に記載されています。しかし、皆さんの全てがこれらの都市で観測されるとは限りませんし、またお金と時間のある方は北太平洋上で皆既日食に挑戦する方もおられることと思います。この様に観測者があちらこちらに離散してしまうと、全ての局地予報を雑誌などに載せることがむずかしくなってしまいますし、また、海外における観測では現地での観測地の決定も当然考えられます。こうなると、自分達で観測地の経緯度を決定し、それをもとにした接触時刻の予報を求めねばなりません。しかし、計算方法をまとめたものがあまり出回っていないためか、計算がめんどうなためか、限られた人達によって手がけられていた様に思います。最近の電卓が非常に高度化してきたため、接触時刻を数秒程度のオーダで求める位は容易に出来ますので、今回と次回に分けて解説することにしましょう。なお、スペースの都合上、理論の導出は別の機会へ譲ることにして、ここでは式の持つ意味を中心に実例で説明します。

2. Bessel要素とは

日食計算方法にはHansen法とBessel法があり、前者は黄道座標系、後者は赤道座標系を基準にしたもので、原理はほとんど同じです。現在、Hansen法は古代の日食計算などに用いられているのみで、Bessel法が主流をなしています。ここではBessel法を説明しましょう。

日食は地球と月と太陽によって起る現象ですが、Bessel法では太陽と月によって出来る円錐状の月の影と地球上の観測者の運動の2つに分けて論じています。このうち、基準面上（図－1）の月影に関する量は観測者には関係しないので、これらをまとめてBessel要素と呼び、天体位置表などに掲



図－1

げられています。

1980年No.4の「日食情報」P5には今年の7月の皆既日食のBessel 要素が載っています。これは米暦のものの引用です。 Bessel 要素の9つの項目は次の様な意味を持っています。

(x , y) 基準面上の月影中心座標

(sin d, cos d)月影中心線が天球と交わる点の赤緯

μ 〃 時間

Penumbra ; ℓ_1 基準面上の月の半影の半径

Umbra ; ℓ_2 〃 本影 〃

tan f1 半影円錐の半頂角

ton f2 本影円錐の半頂角

長さの単位は地球の赤道半径をとっています。これらの要素は、天体位置表(海上保安庁)と米暦(アメリカ)では月の半径のとり方などで若干差がありますが、予報計算程度ではあまり重要ではありません。今年の米暦からは、 Bessel 要素が10分単位の表形式以外に多項式(近似)で示される様になりましたので、計算が一段と楽になりました。ただ近似多項式の使用範囲を超えると誤差は大きくなります。

3. 基準面上での観測者の位置

Bessel 要素が月影に関する量でしたので、今度は観測者の位置を基準平面上へ投影しなくてはいけません。観測者の地理学的な緯度をφ、経度をλとすると、観測者の位置は下式で求めることが出来ます。

$$\xi = C\cos\varphi\sin(\mu+\lambda) \quad \cdots\cdots ①$$

$$\eta = S\sin\varphi\cos d - C\cos\varphi\sin d\cos(\mu+\lambda) \quad \cdots\cdots ②$$

$$\zeta = S\sin\varphi\sin d + C\cos\varphi\cos d\cos(\mu+\lambda) \quad \cdots\cdots ③$$

ただし、

$$S = 0.99497418 - 0.00167082\cos 2\varphi + 0.00000210\cos 4\varphi \cdots\cdots ④$$

$$C = 1.00167997 - 0.00168208\cos 2\varphi + 0.00000212\cos 4\varphi \cdots\cdots ⑤$$

標高h ıでは、SとCに $1{,}568h\times10^{-7}$を加えます。

4. 月影と観測者の位置関係

図−2で示す様に、観測者(ξ, η, ζ)では、月影の半径が基準面上での値とは異なります。したがって、基準面をζだけシフトした平面上(この平面をζ面と呼ぶことにしましょう)で、月影と観測者の相対位置の変化を調べることにより、接触時刻を求めることが出来ます。このζ面上での月影半径をL(本影L_2, 半径L_1とします)とすると、次の式が成立します。(9項参考にして下さい。)

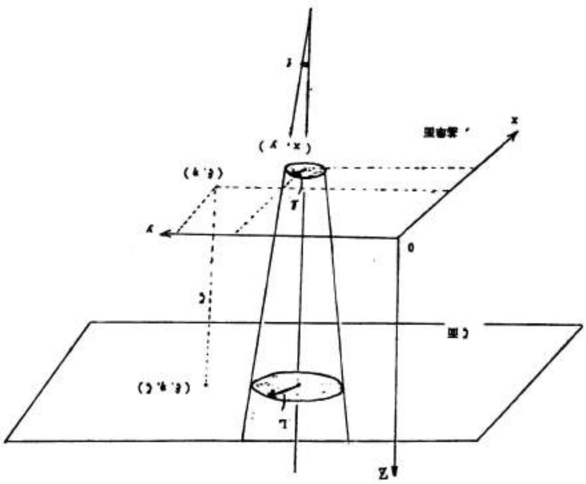


図 － 2

$L = \ell - \zeta \tan f$ ………………………………… ⑥

任意の時刻 t において、ζ面上の月影と観測者との間で次の量を設けます。

$Q = L^2 - \left\{ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \right\}$ ………⑦

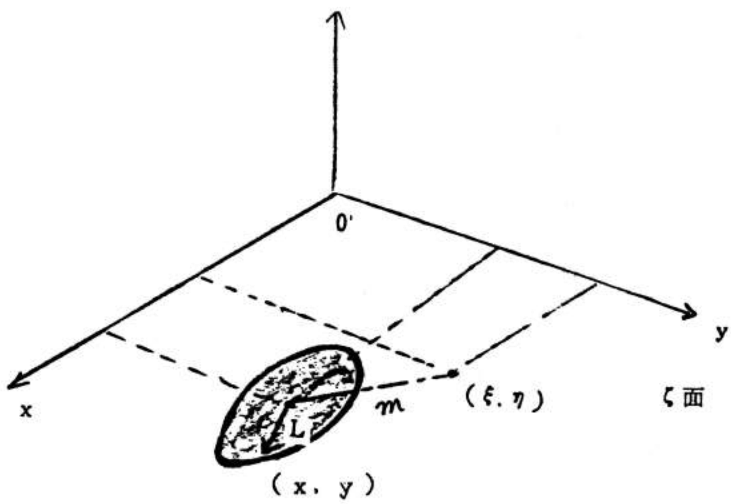


図 － 3

図－3からも判りますが、⑦式のQが0になる時刻が接触時刻です。半影の時は第1と第4接触時で、本影の時は第2と第3接触時に相当します。

5. 接触時刻の求め方

接触時刻を求める方法には多くの方法がありますが、ここでは、大体の食の概況がすでに判っているものと仮定します。例えば、今年の日食だと、「日食情報1980年№3，№4」に載っている日食図などを参考にします。

5.1 第1.第4接触時刻

観測地の大体の第1接触時刻がT時近くで、第4接触時刻がT＋1時近くで起るとします。第1と第4は普通数時間位離れることが多いので、独立に計算します。原理は全く同じですから、第1接触のみ説明しましょう。T時を中心として、10分おきのQをいくつか求め、下記の様な表を作成します。

（U.T.）

時　分					
T－20	Q_{-2}				
		$\Delta^{I}_{-\frac{3}{2}}$			
T－10	Q_{-1}		Δ^{II}_{-1}		
		$\Delta^{I}_{-\frac{1}{2}}$		$\Delta^{III}_{-\frac{1}{2}}$	
T	Q_{0}		Δ^{II}_{0}		Δ^{IV}_{0}
		$\Delta^{I}_{\frac{1}{2}}$		$\Delta^{III}_{\frac{1}{2}}$	
T＋10	Q_{1}		Δ^{II}_{1}		
		$\Delta^{I}_{\frac{3}{2}}$			
T＋20	Q_{2}		Δ^{II}_{2}		
		$\Delta^{I}_{\frac{5}{2}}$			
T＋30	Q_{3}				

Tを中心にQを計算し、符号が反転する前後3つづつ表にして、階差を求めます。階差は以下の式から定義されます。

$$\Delta^{I}_{\frac{2j+1}{2}} = Q_{i+1} - Q_{i}$$

$$\Delta^{j+1}_{\frac{2j+1}{2}} = \Delta^{j}_{i+1} - \Delta^{j}_{i}$$

Q＝0となる時刻Tnを求めるには、逆補間によります。

$$\left.\begin{aligned}
M''_0 &= \Delta^{II}_0 - 0.184\,\Delta^{IV}_0 \\
M''_1 &= \Delta^{II}_1 - 0.184\,\Delta^{IV}_1 \\
B'' &= n(n-1)/4 \\
B''' &= n(n-1)(n-0.5)/6 \\
F &= -Q_0 - B''(M''_0 + M''_1) - B'''\Delta^{III}_{1/2}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑧$$

$$n = F/\Delta^{I}_{\frac{1}{2}}$$

⑧では、n＝0から始め、くり返し計算し $|n_{i+1} - n_i| < 10^{-4}$ になったら止めます。この

時、接触時刻は、次の式から求まります。

$$T_1 = T + n\,(\overline{T+10} - T)$$

5.2　第2、第3接触時刻

5.1項で求まった第1及び第4接触時刻の平均値附近を1分おきにQの値を計算し、前項と同じ方法で第2、第3接触時刻を求めます。ただし、皆既時間が1分以下のときは、さらに10秒おき位のQを求める必要があります。この場合、1分おき又は10秒おきのBessel 要素が必要となりますが、「日食情報1980.4号」P4の多項式を用いると良いでしょう。

6. 接触角の求め方

太陽面のどちらの方向から欠け始めるかは、接触時刻の測定などの際に必要となります。特に第一接触時には、真丸い太陽の全体を注意深く見ていないと、気付いた時にはすでに欠けてしまっていたということもあります。したがって、投影板に欠ける方向を印しておき、そこを注視する様にすれば、正確な観測が出来る訳です。

すでに前項までの計算で、接触時刻が求まっていますので、この時刻におけるx、y、ξ、ηを Bessel 要素多項式と①～⑤の式を使って計算しておきます。

太陽が欠ける量として、北極方向角(q)、天頂方向角(V)が良く使われます。前者は、太陽面の北から東回り、後者は天頂方向から東回りに測った角度です。

$$\tan \; = \frac{x-\xi}{y-\eta} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ⑨$$

$$\tan C = \frac{\xi}{\eta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad ⑩$$

$$V \; = \; q - C \quad \cdots\cdots\cdots \quad ⑪$$

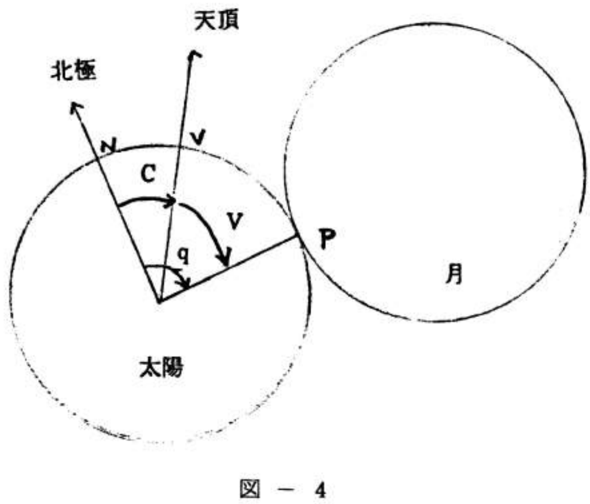


図 − 4

7. 太陽高度・方位角の求め方

日食観測では、望遠鏡のセットなどに太陽の位置が必要になります。これまで求めてきた量を利用して計算してみましょう。太陽の高度をh、方位角をA（南から西回りに測る）とすると、以下の式から求めることが出来ます。

$$\sin h = \frac{\zeta}{C} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ⑫$$

$$\tan A = \frac{\sin(\mu-\lambda)}{\sin\varphi\cos(\mu-\lambda)-\cos\varphi\tan d} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ⑬$$

8. 1981. 7. 31 のBessel要素多項式（米暦より）

U.Tで 1^h05^mと6^h54^mの間で、使用出来ます。

$x = -1.96874328 + 0.54790626\,T + 0.00005309\,T^2 - 0.00000822\,T^3$

$y = 0.90489610 - 0.08798356\,T - 0.00015733\,T^2 + 0.00000134\,T^3$

$\sin d = 0.31470985 - 0.00016630\,T$

$\cos d = 0.94918811 + 0.00005501\,T$

$\mu = 178°.4128692 + 15.0018573\,T + 0.0000021\,T^2$

$\ell_1 = 0.54236538 + 0.00020355\,T - 0.00001156\,T^2$

$\ell_2 = -0.00396130 + 0.00020268\,T - 0.00001153\,T^2$

エラーは　$\mu \leqq 10^{-5}$,　$x \leqq 2\times10^{-6}$,　その他　$\leqq 1\times10^{-6}$。

9. 付　記

半影円錐の頂点は太陽と月の間にあり、ℓ_1は正ですが、本影円錐の頂点は、基準面の下になることがありますので、この時のℓ_2は負になります。ただし、金環日食の時はℓ_2も正になります。

＝次号へつづく＝