

日食の計算プログラム

遠山 御幸

(1) はじめに

最近のパーソナルコンピューターの発達はめざましいもので、数年ほど前までは考えられなかったような機能を持つものが、私達個人でも入手できるようになってきました。私もそれまで、ポケットコンピューターを用いて、日食計算の数々のプログラムの開発を行なってきましたが、NECよりパーソナルコンピューターPC8800が発売されたのを機会に、これまでのプログラムをパソコン用に拡張して移植する作業を行なってきました。現在、まだ全部を終了したわけではありませんが、実用に耐えるプログラムが数本完成しましたので、その概要を発表したいと思います。

(2) 使用機器

私が本格的に日食計算に取り組むようになってから、約5年ほどたちますが、この間に使用した計算機も、現在主力機として用いているものが4台目になります。手計算時代はカシオfx-140(四則10桁、関数8桁)で、この電卓を用いて、座標変換から彗星の軌道決定まで、基礎的な天文計算を勉強しました。今でも新しいプログラムを組むときに、例題を計算するために使用しており、変数の数値をチェックするために役立っています。

次に購入したのは、シャープのポケットコンピューターPC1300で、この計算機は、26メモリー、256ステップで、プログラミング言語はミニフォートランです。天文計算には容量が足りないことが多かったので、メーカーに依頼して、42メモリー、640ステップに内部拡張してもらいました。今までの日食計算はほとんどこの計算機によるものですが、プログラムをリンクするために磁気カードの入れ替えが煩雑となり、大量の計算を行なうときに限界を感じていました。現在はサブ機として、座標変換等の簡単な計算に用いています。

現在、主力機として使っているのは、NECの16ビットパソコンPC9800シリーズです。始め8ビットのPC8800を用いていました。この機械はディスク版で関数の倍精度演算もサポートされ、BASICも良くできていて使いやすかったのですが、処理速度の遅いのに(前述のポケコンとは比較にならないほど速い)がまんできず、PC9800が発売されたのを機に、本体のみ16ビットにグレードアップしました。従って現在は、PC9800本体、高解像度モニター、5インチディスクユニット、プリンターのシステムで使用しています。私の購入したものは発売初期のものだったせいか、ROMとシステムディスクにそれぞれ虫を発見して、2回ほど新しいバージョンのものと交換してもらいました。

この機械で、これまでに、惑星の位置略算式をはじめとして50本ほどの天文に関するプログラムを作りましたが、PC8800と比較すると3~4倍速く、グラフィックも細かい

のほぼ満足しています。ただし近い将来、開発を計画している惑星や月などの位置推算暦のプログラムでは処理速度の点でBASICでは無理があると考えています。

(3) プログラムの構成

日食計算プログラムの全体は、以下に述べる個々のプログラムから成っています。

1. 局地予報の計算
2. 日食状況のディスプレイ
3. 日食のシミュレーション
4. 皆既・金環日食帯の計算
5. 本影のアウトラインカーブの計算
6. 半影のアウトラインカーブの計算
7. 本影錐の移動のシミュレーション
8. 日食図の作成のためのプログラム

これら一連のプログラムの計算の基礎となる、ベッセル要素、その他の日食に関するデータは、1980年から1983年までの天体位置表に付録として掲載された1981年から2000年までの日食要素によっており、これらをランダムファイルとして作成し、全てのプログラムで共通のデータファイルとして使用し、オッポルツェルの食宝典に記された番号を入力することにより、任意の日食の要素をディスクから呼び出してきました。

また、局地予報、その他のプログラムでは、日本の主な都市の都市名、緯度、経度を別のデータファイルに作成してあり、観測地を入力する際、HELPキーによる割り込み処理によって、その都市に対応する番号を入力するだけで、入力が済むようにしてあります。このファイルは、日食にかぎらず、他のプログラムでも使用できるようにサブルーチン化しています。

①～④のプログラムはすでに完成しており、⑤と⑥は現在開発中です。⑦のプログラムに関しては、日食情報1981.164で述べたように自分で計算式をたてたものであり、今後さらに細部を改良して、別の機会に計算式を発表したいと考えております。

⑧の日食図を作成するためのプログラムは、プログラムを作る場合において多くの問題がありそうで、本当に完成するかどうかわかりませんが、気長に取り組むつもりであります。

なお、プログラム内部で使用している天文常数系は、現在のところはIAU(1964)定数系によっています。また①～④までのプログラムは、それぞれが約20キロバイトの大きさです。

◎ 局地予報の計算プログラム

日食の局地予報計算は、月影の座標と観測者の座標の相対的な位置関係を求め、それによって、接触時刻、その他の情報を得るものであり、私達アマチュアが日食を観測する場合は、最も役立つものです。

前述のPC1300では、天体位置表に記されているように、観測者を通りベッセル基準面に平行な面における月影の半径を L_i ($i=1$ は半影、 $i=2$ は本影)

$$L_i = \ell_i - \zeta \tan f_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$d_i = L_i^2 - (x - \xi)^2 - (y - \eta)^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

とし、10分毎の d を求め、 $d=0$ となる時刻をベッセルの逆補間法によって求めていました。従ってプログラムは、 L_i, d , その他を計算するためのものと、ベッセルの逆補間法のものを用意し、どのあたりの時刻で $d=0$ となるかは、出力される数値をみながら判断断していました。2本に分割したのは、計算機の容量が小さかったこともありましたが、計算機で1本のプログラムとして各接触時刻を求める場合、次のような問題が発生することが予想されたからです。

- ① 入力した観測地における日食の種類(部分食、皆既食、金環食、あるいは日食が見られない場合)をプログラム内部で判断するのが困難である。
- ② $d=0$ となる時刻を見つける過程で、実際には根があるのに、根なしと判断してしまう場合がある。
- ③ $d=0$ の根がない場合もある。(日食が見られない場合)
- ④ 必ずしも、部分日食のときに接触時刻が2度、皆既・金環食のときに4度あるとはかぎらない。(たとえば、皆既帯の限界線に位置した場合は、第2接触=第3接触=食最大となる)

①と③は、何も知らない第三者がプログラムを使用するときに発生する問題であり、また②の実例は表1に示しました。実際には16h40mと16h50mの間に $d_2=0$ となる時刻が2回あります。このような現象は継続時間が短かい時によくあることです(表2参照)表3は④の実例で、瞬間的に皆既日食となるものです。

[表1] 1979年2月26日皆既日食 (カシオfx140による)

カナダ Winnipeg, 西経97°08.'3 北緯49°53.'9, $h=0m$

ET	16h30m	16h40m	16h50m	17h00m
L_2	-0.010208	-0.010268	-0.010324	-0.080738
d_2	0.127740	0.054591	0.000224	0.070361

[表2] 1979年2月26日皆既日食 カナダ Winnipeg (カシオfx140)

ET	16h46m	16h47m	16h48m	16h49m	16h50m	16h51m
L_2	-0.010301	-0.010307	-0.010313	-0.010319	-0.010324	-0.010329
d_2	0.011613	0.004838	0.001135	0.003620	0.000224	0.000652

〔表3〕 1983年6月11日皆既日食 (NEC PC9800による)

東経108°46'56" 南緯7°21'18" (北限界線上) h=0m

現象	世界時	Q	C	V	D	高度	方位角
第1接触	2h50m51s	246.2	225.7	20.5	0.000	48.85	41.63
第4接触	6 5 22	75.7	144.5	291.2	0.000	53.71	327.43
食の最大	4 25 00	160.3	189.4	330.9	1.000	59.24	8.71

なお表3において、Qは位置角、Cは極頂対角、Vは天頂方向角、Dは食分を表わし、また方位角は北から東回りに測った値です。この表から、皆既限界線上では、第2接触、第3接触、食の最大が同一時刻になることがわかります。

最近市販されているパソコンの多くは、RAMの容量も大きく、局地予報を1本のプログラムにまとめてしまうことはできますが、これらの問題をうまく解決することが良いプログラムを作るカギとなるでしょう。山本威一郎氏が「天文と気象」1982年、11月、12月号に発表されたプログラムでは、ニュートン・ラフソン法によって、うまく処理していますが、③の問題が発生する場合もあることを同氏も指摘しています。

今回PC9800用に開発したプログラムでは、前述のような理由によって、別の方法で接触時刻を求めています。計算の手順は次の通りです。なお、式に用いられる記号等については、山本威一郎氏が連載されている「チャレンジしよう日食計算」とほぼ同一ですので、そちらを参考にして下さい。

1. 食の最大となる時刻の計算

最大食の近くの任意の時刻(プログラムではベッセル要素多項式の基準時刻とした)を T_0 とすると、食の最大の時刻 T は、

$$T = T_0 + t$$

となります。月影中心の座標を x, y, z 、観測地の座標を ξ, η, ζ とし、その毎時変化をそれぞれ $x', y', z', \xi', \eta', \zeta'$ とし、また

$$\left. \begin{aligned} u &= x - \xi & u' &= x' - \xi' \\ v &= y - \eta & v' &= y' - \eta' \\ m^2 &= u^2 + v^2 & n^2 &= u'^2 + v'^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

とすると、食の最大は m^2 が極小のときですから

$$t = -D/n^2 \dots\dots (5)$$

$$\text{ここで } D = u_0 u' + v_0 v' \dots\dots (6)$$

となり、 T を求めることができます。ここで求めた T を T_i として再び $T = T_i + t$ ($i = 1, 2, 3, \dots$)として希望する精度が得られるまで上記の計算をくりかえします。

2 入力した観測地における日食の種類判断

食の最大の時刻における、月影中心と観測地との距離 m 、及び L_1 、 L_2 を利用して、次のようにして判断を行ないます。

- ① m が L_1 より大きい時は日食は見られない。
- ② m が L_1 と等しいか小さければ部分日食
- ③ m が L_2 と等しいか小さいときは皆既日食
- ④ ③の場合において L_2 の値がプラスのときは金環日食

日食の種類は食の最大における食分から判断できそうに思われますが、金環日食の場合、食分は1より小さく、部分食と区別がつきませんので注意が必要です。これらの判断を行なうことによって、日食図などを用いなくても、日食の種類を判定することができ、入力ミスを防ぐこともできます。(プログラムは入力の訂正はルーチンで行なっています)

3 各接触時刻の計算

②の場合は接触時刻は2つ、③と④の場合は4つの接触時刻が存在します。ただし、半影、本影のそれぞれの限界線上に位置した場合は、前者は、第1接触と第4接触、後者は第2接触と第3接触のそれぞれの時刻と、食の最大の時刻は等しくなります。

a. 部分食の始めと終りの時刻

部分食の始めと終りの時刻 $T = T_0 + t$ とすると、

$$t = \frac{L_1 \cos \varphi}{n} - \frac{D}{n^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

$$\Delta = (u_0 \cdot v' - u'v_0) / n \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\sin \varphi = \Delta / L_1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

であり、 $\cos \varphi$ の符号は部分食の始めがマイナス、終りがプラスとなります。(7)式で得た t より T を計算し、希望の精度まで計算をくりかえします。

b. 皆既・金環食の始めと終り

皆既もしくは金環食の始めと終りの時刻 $T = T_0 + t$ とすると

$$t = \frac{L_2 \cos \varphi}{n} - \frac{D}{n^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

この式は L_1 の代わりに L_2 を用いることを除いてはaで使用されるものと同じです。 L_2 は皆既食ではマイナス、金環食ではプラスですから、 $\cos \varphi$ は皆既食の始めと金環食の終りはプラス、また皆既食の終りと金環食の始めはマイナスの値となります。

4 局地予報におけるその他の量の計算

位置角 Q 、天頂方向角 V 、食分 D などの計算は、天体位置表などに記載されているものと同じ方法で行ないます。なお、極頂対角 C に関しては、一般的には、

$$\tan C = \frac{\xi}{n} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で計算されますが、これは近似的な式であり、 $0.1^{\circ} \sim 0.2^{\circ}$ 程度の誤差を生じることがあります。また、太陽の高度・方位角も、月影方向の値で代用する 경우가多く、もちろん観測などに用いるには充分ですが、今回は、これらを地球の平均軌道要素から計算して、小数第1位まで正確に計算しています。

なお、これらの量は、第1接触から第4接触までの間を10分間隔で計算し、暦表時系と世界時系のどちらでも計算できるようにしてあります。

5 プログラムの実行に関して

局地予報のプログラムを走らせると、まずオッポルツェルの食番号を聞いてきますので、その番号を入力します。現在のところ、データファイルには1981年から2000年までの45個の日食に関する要素を登録しており、この中から、該当するものを呼び出してくるわけです。続いて日本の主な都市の経緯度をディスクへ読みに行きます。

次に観測地名、緯度、経度の入力になりますが、観測地が日本の場合は、この入力時にHELPキーを押すことによって割り込みがかかり、モニターに日本の主な都市と、それに対応するコード番号が表示され、その番号を入力すれば、その都市の経緯度が代入されます。

従って観測地が日本であれば、日食番号とコード番号を、外国であれば、日食番号とその土地の前述の情報を入力すれば、1から4までの計算を行なってくれます。1から3までの演算は約20秒ですが、初期値として、基準時刻を用いている都合上、日食の日出没などの端点付近の値を入力すると収束が多少遅くなります。また4は1回分の計算が1秒以下です。

このプログラムも含めて、(3)における1から3のプログラムは、4の皆既・金環日食帯の計算プログラムと密接な関係があり、すべてのプログラムが完成した時点で、両者を結合し、中心線上の局地予報を自動的に行なえるようにしたいと思います。

なお、今回紹介した方法は、計算機向きの方法であると思われますので、実際の数値による計算を別の機会に発表したいと思います。

次回は日食状況のディスプレイ及び日食のシミュレーションプログラムについて紹介致します。

(つづく)

出力結果(1983年6月11日の日食において4h 29m UTに皆既中心線が通る場所の局地予報)

Local circumstances of total solar eclipse 1983年6月11日

Central Line at 4 h 29 m UT

longitude -110 d 12 m 35 s , latitude - 7 d 41 m 35 s , height 0 m

XXX total solar eclipse XXX
contact time (UT)

	h	m	s	P	C	V	D	sd	hi	az
first contact	2	53	40	248.1	222.9	25.2	0.000	0.2593	49.97	39.22
second contact	4	26	28	70.9	185.9	245.0	1.000	0.2588	59.12	5.45
third contact	4	31	33	251.1	183.4	67.7	1.000	0.2588	59.22	3.17
fourth contact	6	9	22	75.1	141.5	293.6	0.000	0.2589	52.08	324.72
maximum	4	29	0	348.1	184.6	163.5	1.026	0.2588	59.17	4.31

duration 5 m 5 s

UT	u	v	Q	C	V	D	sd	hi	az	
3	0	-0.460074	-0.183239	248.3	221.0	27.3	0.072	0.2593	50.94	37.52
10	0	-0.406300	-0.159836	248.5	217.8	30.8	0.185	0.2592	52.40	34.65
20	0	-0.353232	-0.137123	248.8	214.3	34.5	0.296	0.2591	53.75	31.55
30	0	-0.300794	-0.115112	249.1	210.6	38.4	0.405	0.2591	54.99	28.22
40	0	-0.248909	-0.093813	249.3	206.7	42.7	0.513	0.2590	56.09	24.65
50	0	-0.197496	-0.073235	249.7	202.5	47.1	0.620	0.2589	57.05	20.86
4	0	-0.146477	-0.053387	250.0	198.2	51.8	0.725	0.2589	57.85	16.85
10	0	-0.095771	-0.034273	250.3	193.6	56.7	0.830	0.2589	58.48	12.65
20	0	-0.045295	-0.015899	250.7	189.0	61.7	0.934	0.2588	58.93	8.31
30	0	0.005029	0.001732	71.0	184.2	246.8	1.016	0.2588	59.19	3.86
40	0	0.055286	0.018617	71.4	179.3	252.1	0.914	0.2588	59.26	359.37
50	0	0.105557	0.034757	71.8	174.5	257.3	0.812	0.2588	59.14	354.88
5	0	0.155923	0.050152	72.2	169.7	262.4	0.710	0.2588	58.82	350.46
10	0	0.206468	0.064804	72.6	165.1	267.5	0.609	0.2588	58.32	346.16
20	0	0.257271	0.078717	73.0	160.6	272.4	0.507	0.2588	57.64	342.01
30	0	0.308415	0.091896	73.4	156.3	277.1	0.406	0.2588	56.79	338.06
40	0	0.359980	0.104348	73.8	152.2	281.6	0.304	0.2588	55.79	334.33
50	0	0.412045	0.116079	74.3	148.3	285.9	0.201	0.2589	54.65	330.83
6	0	0.464689	0.127100	74.7	144.7	290.0	0.098	0.2589	53.38	327.56